SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

GEOMETRÍA

TEMA: CIRCUNFERENCIA

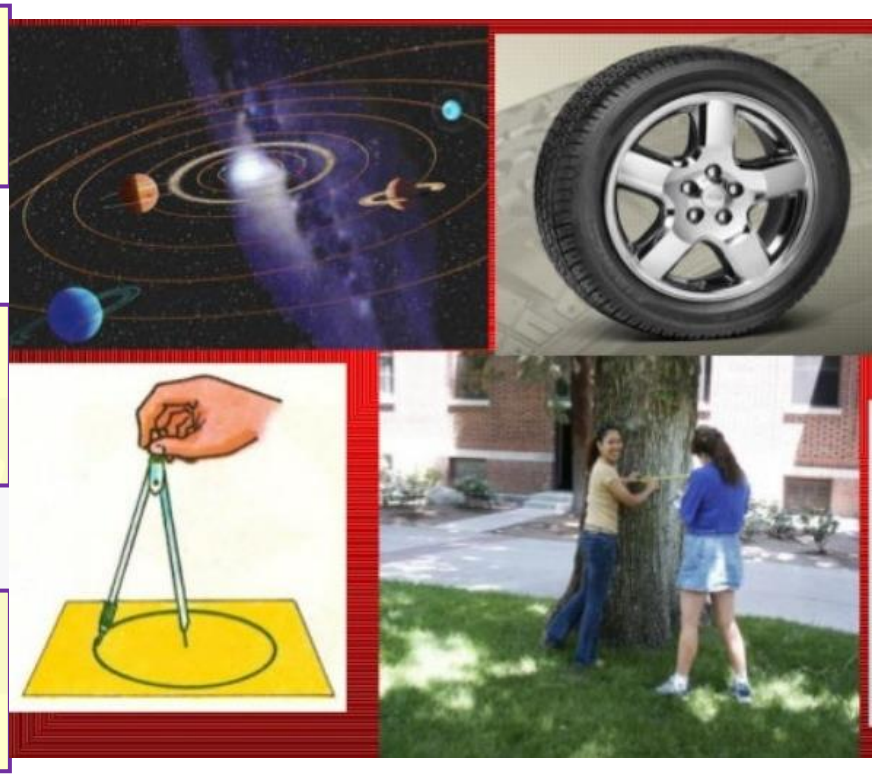
CIRCUNFERENCIA

OBJETIVOS

1. CONOCER LOS TIPOS DE ÀNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA ASI COMO LA RELACIÓN ENTRE DICHO ÁNGULO Y EL ARCO RESPECTIVO

2. APRENDER LOS TEOREMAS Y LAS POSICIONES RELATIVAS ENTRE DOS CIRCUNFERENCIAS

3. APLICAR LOS TEOREMAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIPO EXAMEN DE ADMISIÓN

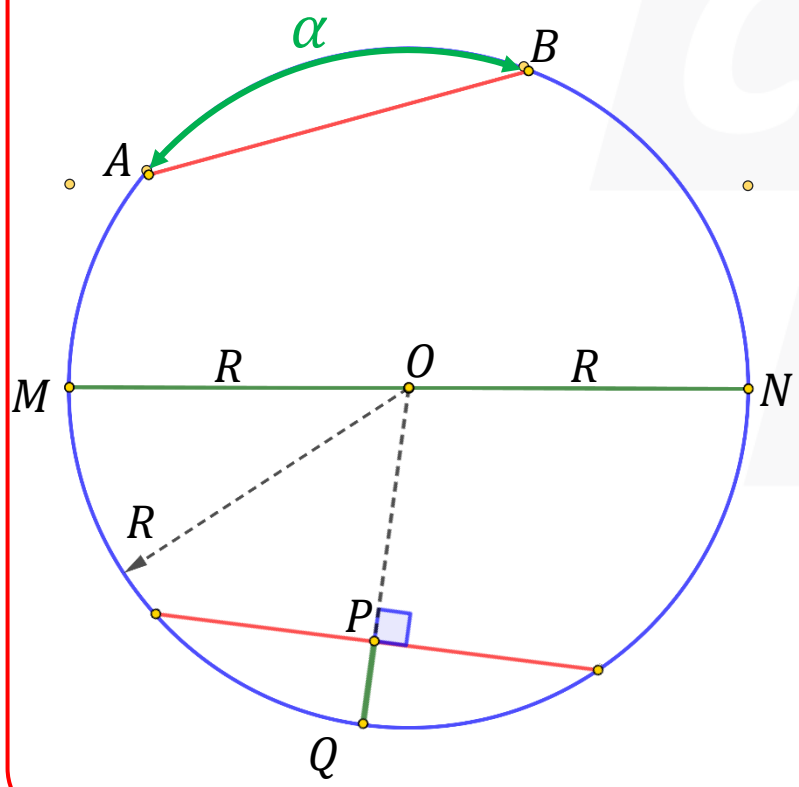


CIRCUNFERENCIA

DEFINICIÓN:

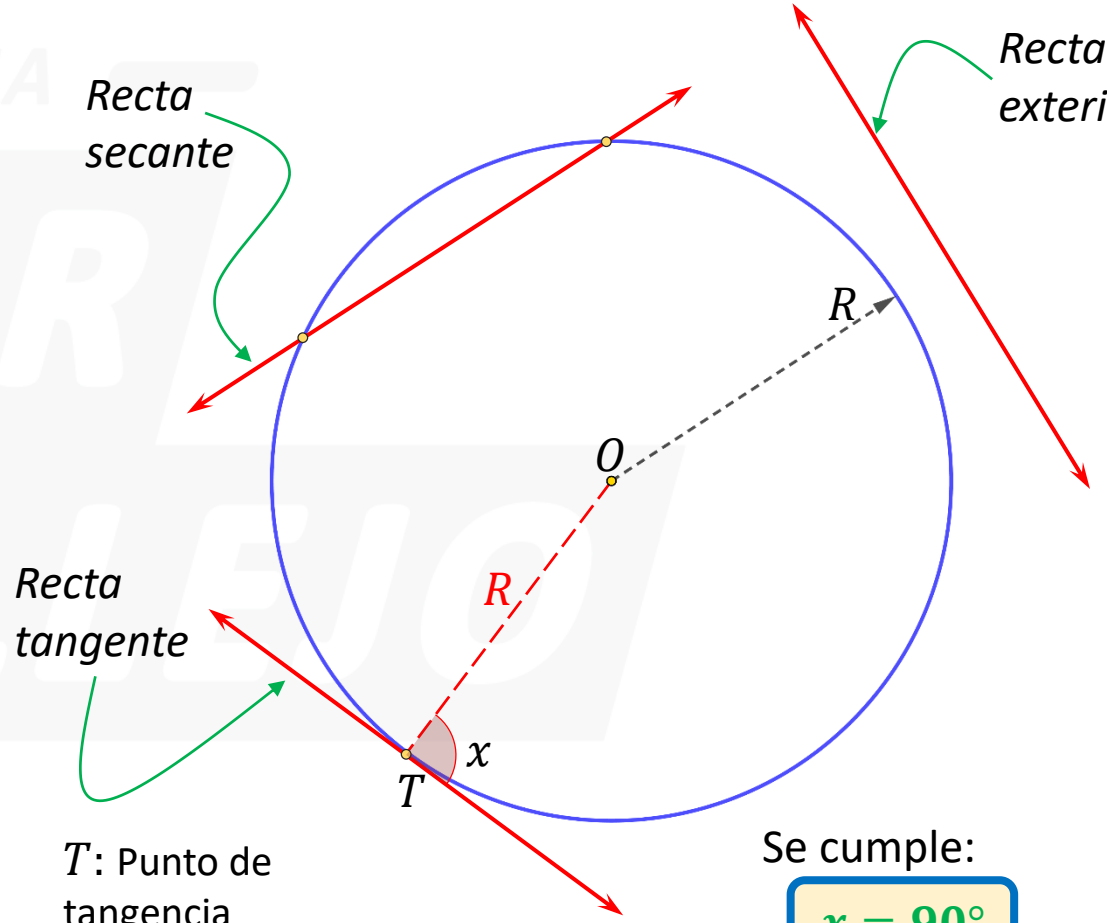
Es aquella figura geométrica formada al unir todos los puntos de un plano cuya distancia a otro punto fijo del mismo plano es constante.

ELEMENTOS ASOCIADOS



- Centro: O
- Radio: R
- Cuerda: $\overline{AB}$
- Diámetro: $\overline{MN}$
  - ✓ Longitud del diámetro: $MN = 2R$
- Arco: $\overset{\frown}{AB}$
  - ✓ Medida del arco: $m\overset{\frown}{AB} = \alpha$
- Flecha o ságita: $\overline{PQ}$

RECTAS ASOCIADAS



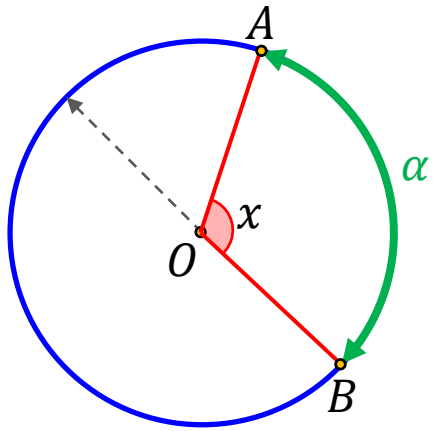
T: Punto de tangencia

Se cumple:

$$x = 90°$$

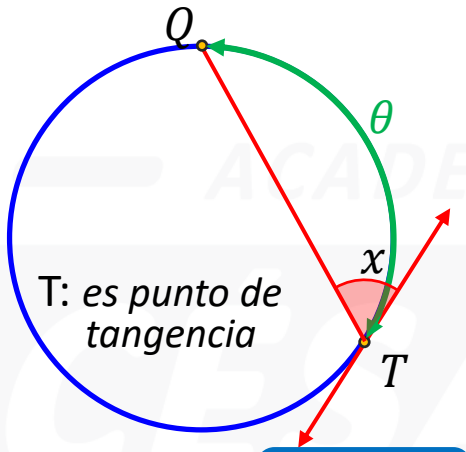
ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA

Central



Se cumple: $\alpha = x$

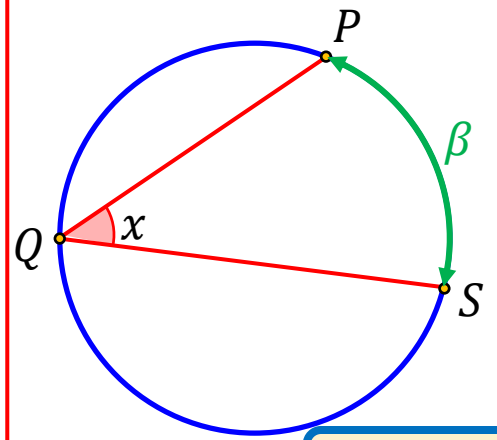
Semiinscrito



T: *es punto de tangencia*

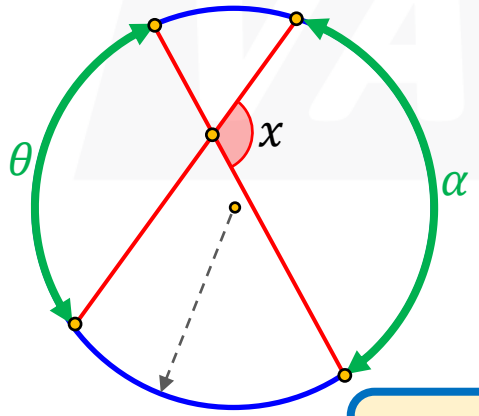
Se cumple: $\theta = 2x$

Inscrito



Se cumple: $\beta = 2x$

Interior

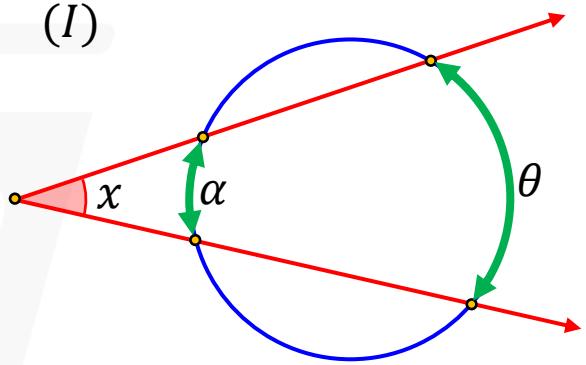


Se cumple: $x = \dfrac{\theta + \alpha}{2}$

Exterior

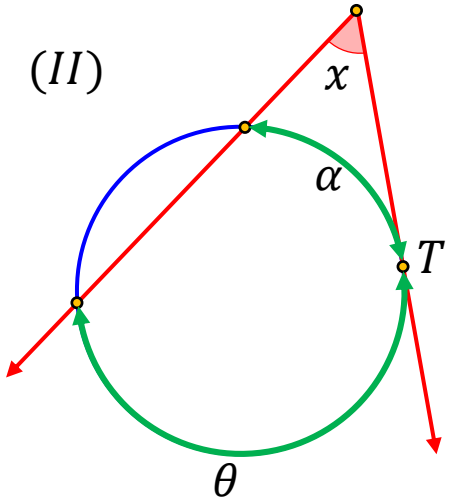
Se pueden presentar las siguientes situaciones:

(I)



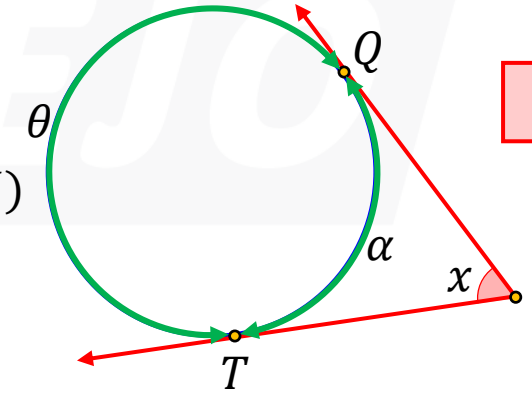
- T y Q: Puntos de tangencia

(II)



- T: Punto de tangencia

(III)



Sólo para (III) $\alpha + x = 180°$

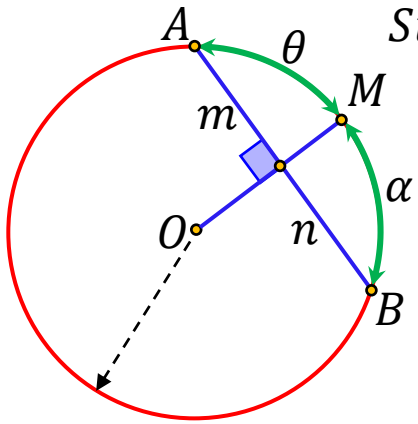
Para las tres situaciones

se cumple:

$$x = \frac{\theta - \alpha}{2}$$

TEOREMAS EN LA CIRCUNFERENCIA

Teorema I



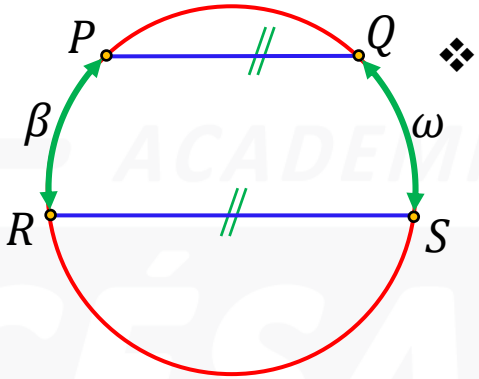
Si $\overline{OM} \perp \overline{AB}$

Se cumple

$m = n$

$\theta = \alpha$

Teorema II

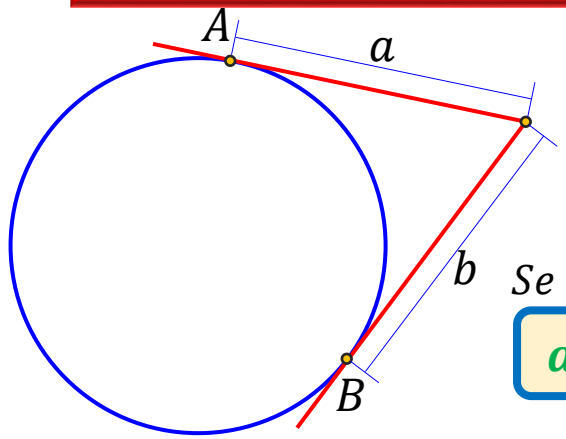


❖ Sean las cuerdas paralelas $\overline{PQ}$ y $\overline{RS}$

Se cumple

$\beta = \omega$

Propiedades adicionales

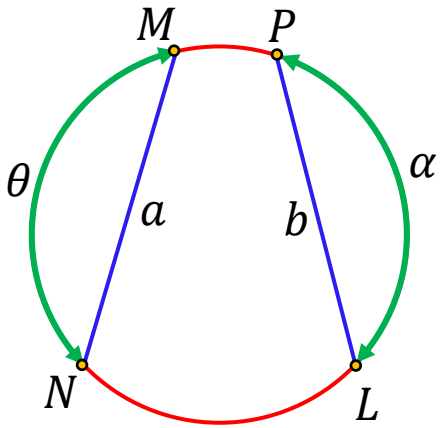


Se cumple

$a = b$

Teorema III

❖ Sean las cuerdas $\overline{MN}$ y $\overline{PL}$

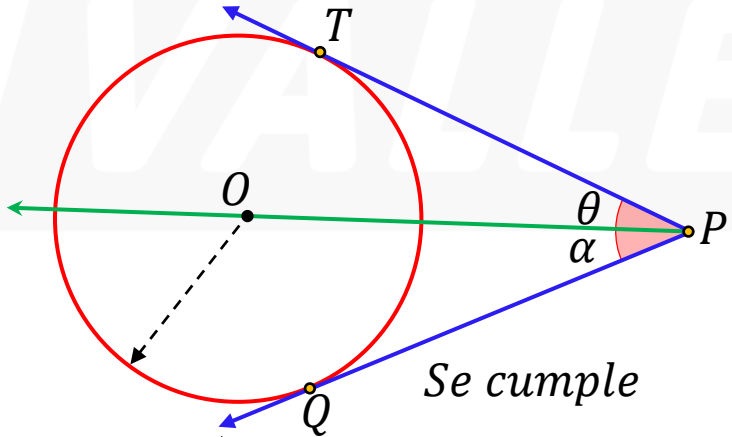


Si $a = b$

$\theta = \alpha$

Teorema IV

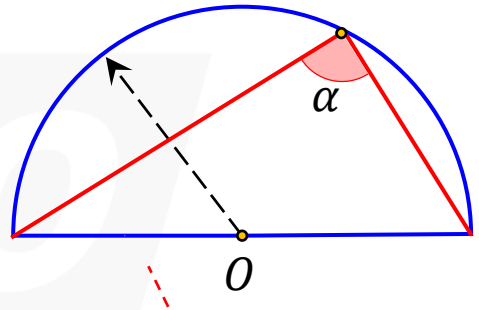
❖ Sean T y Q puntos de tangencia



Se cumple

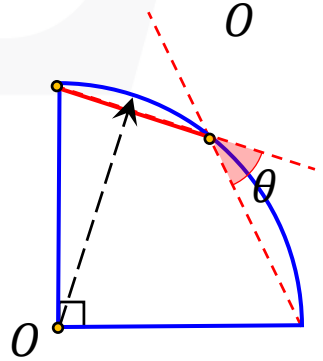
$\overrightarrow{PO}$: Bisectriz de $\measuredangle TPQ$

$\theta = \alpha$



Se cumple

$\alpha = 90°$

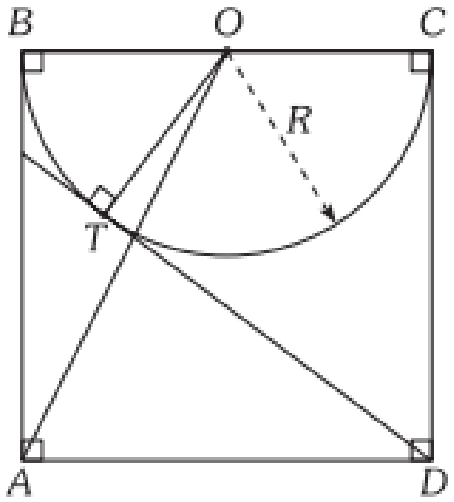


Se cumple

$\theta = 45°$

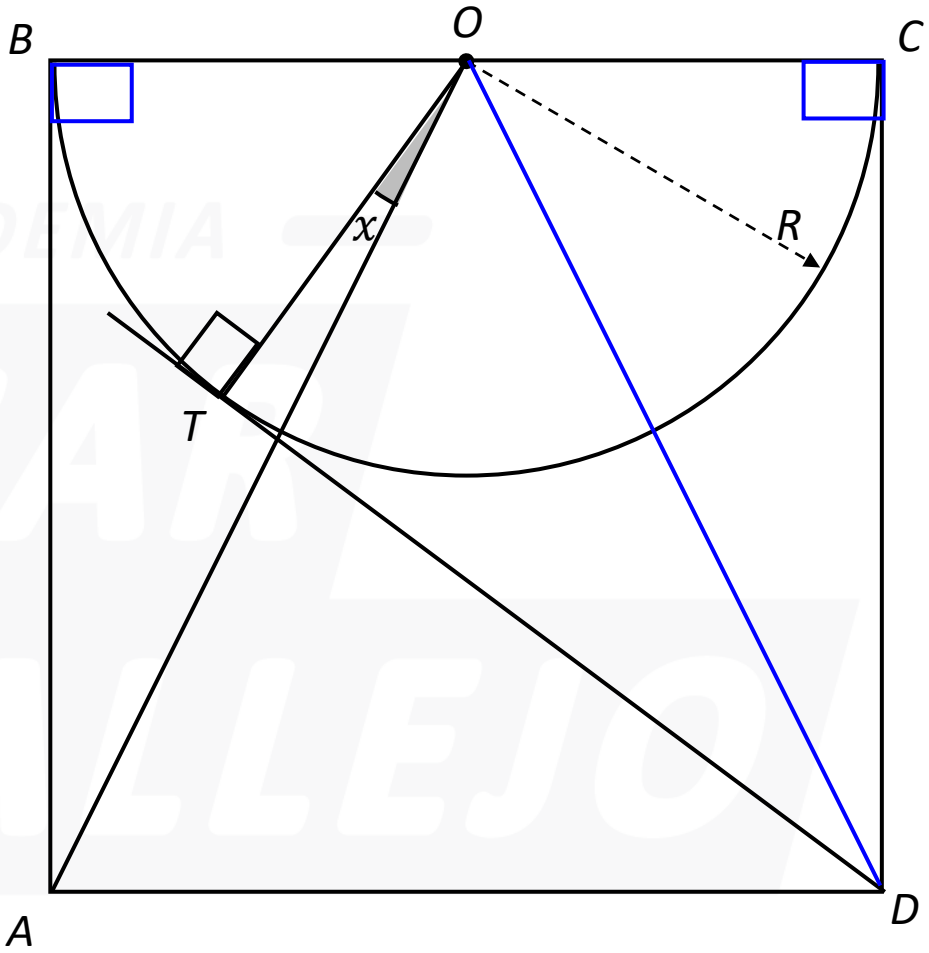
Admisión UNI 2009 - I

En la figura mostrada $ABCD$ es un cuadrado de lado $2R$, además $\overline{BC}$ es diámetro de la semicircunferencia de centro O y radio de longitud R. Si T es un punto de tangencia entonces $m\sphericalangle TOA$ es



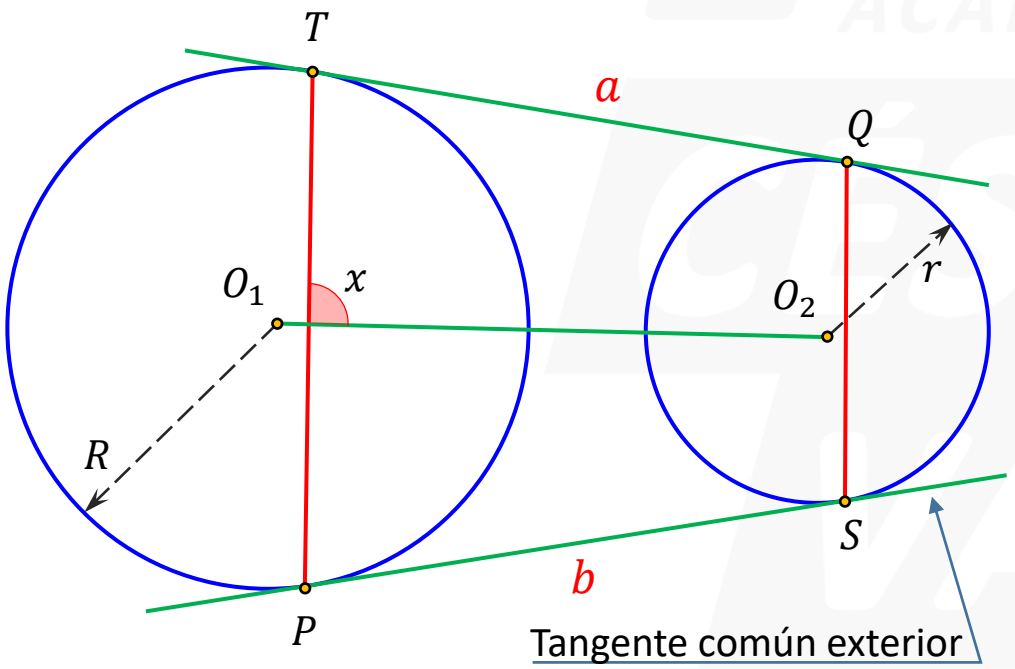
A) 7,5
B) 8
C) 10
D) 10,5
E) 12,5

Resolución: *Piden x*



POSICIONES RELATIVAS ENTRE DOS CIRCUNFERENCIAS

Circunferencias exteriores



Además, si:

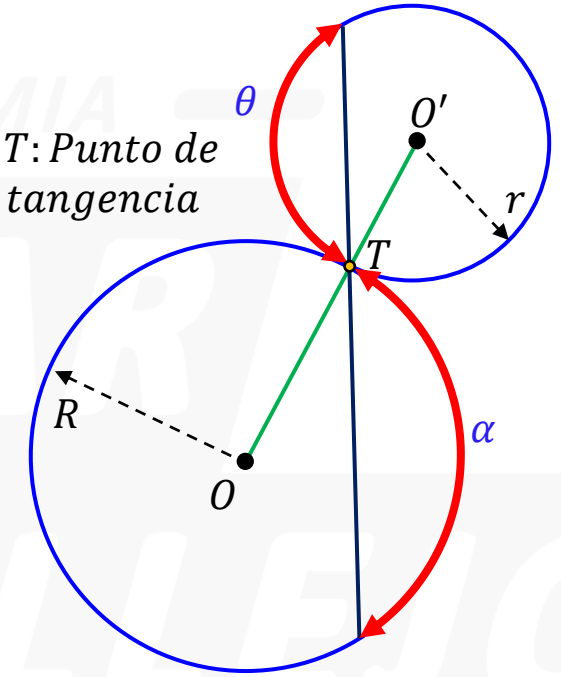
T, P, Q y S: *Puntos de tangencia*

$a = b$

$\overline{TP} \,//\, \overline{QS}$

$x = 90°$

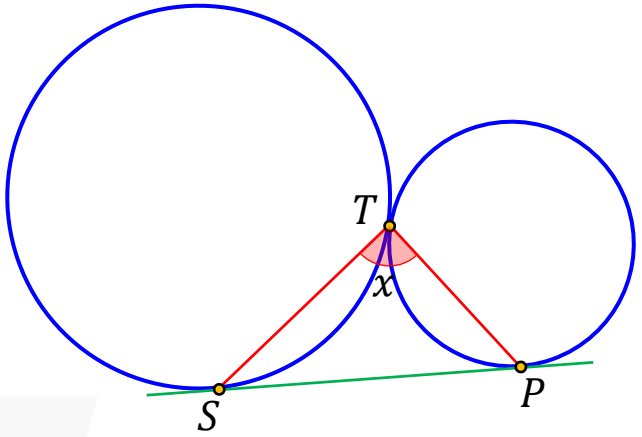
Circunferencias tangentes exteriores



Se cumple: O, T y O': *colineales*

Además: $\theta = \alpha$

Teorema:



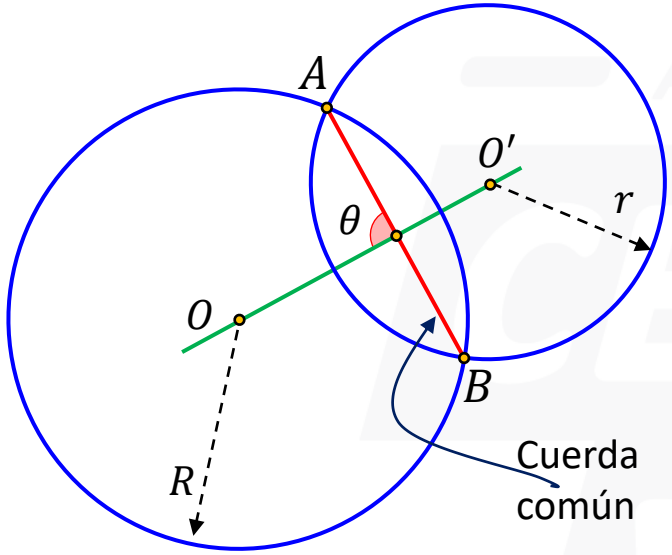
Si S, T, P son puntos de tangencia

Se cumple:

$x = 90°$

POSICIONES RELATIVAS ENTRE DOS CIRCUNFERENCIAS

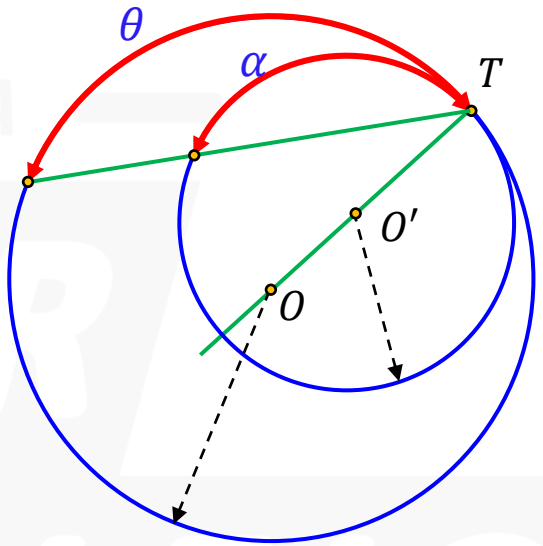
Circunferencias secantes



Se cumple: $\theta = 90°$

- *Ten en cuenta que en este caso, una sugerencia es trazar la cuerda común*

Circunferencias tangentes interiores



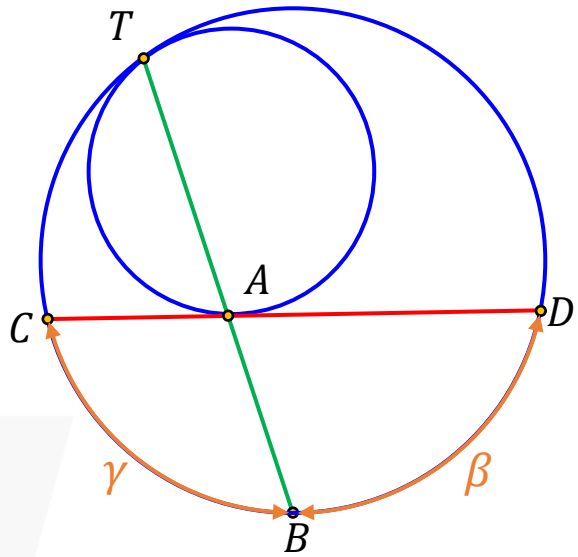
T: *Punto de tangencia*

Se cumple:

O, O' *y* T: *colineales*

Además: $\theta = \alpha$

Teorema:



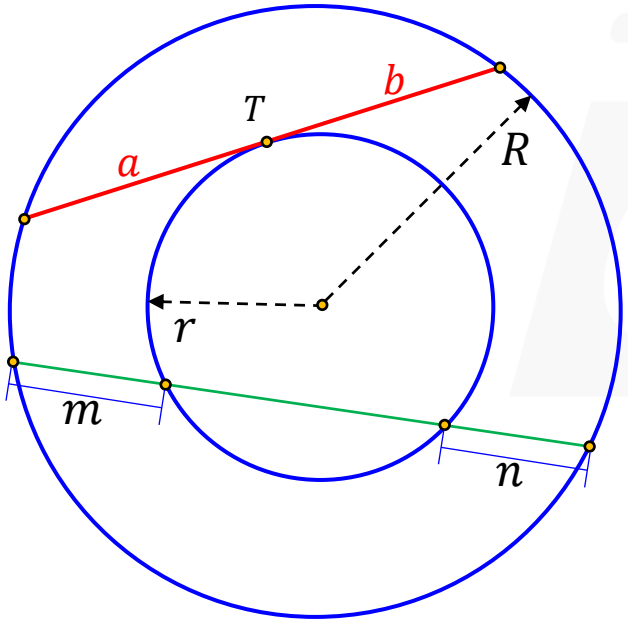
Sean T *y* A puntos de tangencia

Se cumple:

$\gamma = \beta$

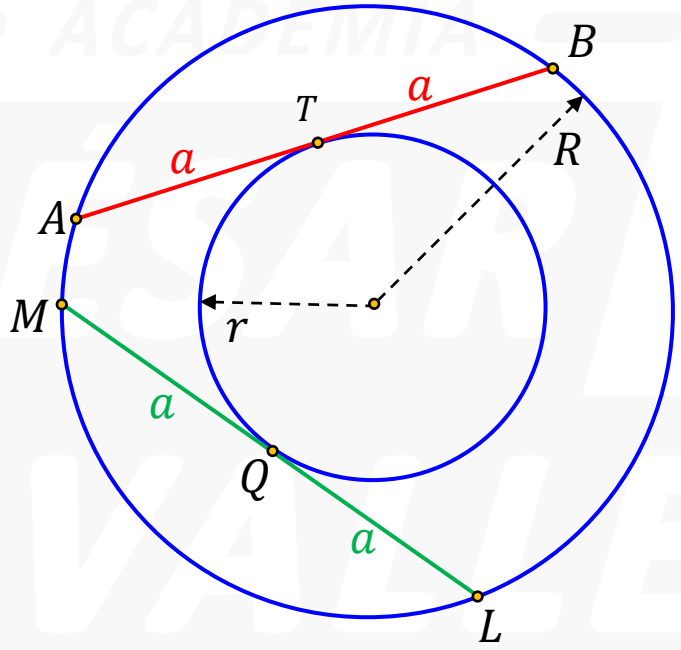
POSICIONES RELATIVAS ENTRE DOS CIRCUNFERENCIAS

Circunferencias concéntricas



T: Punto de tangencia $\boxed{a = b}$

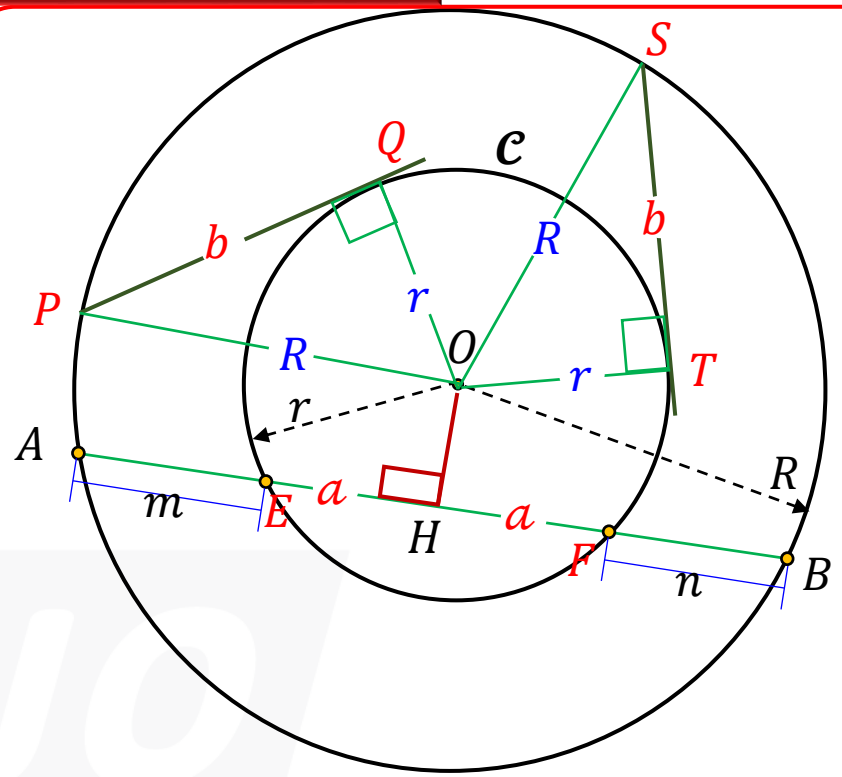
Además: $\boxed{m = n}$



T y Q: Puntos de tangencia

$\boxed{AB = ML}$

DEMOSTRACIÓN:



- Al trazar $\overline{OH} \perp \overline{AB}$ $\rightarrow AH = HB$

  $m + a = n + a$ $\boxed{\rightarrow m = n}$

- Sea PQ y ST tangentes a $\mathcal{C}$

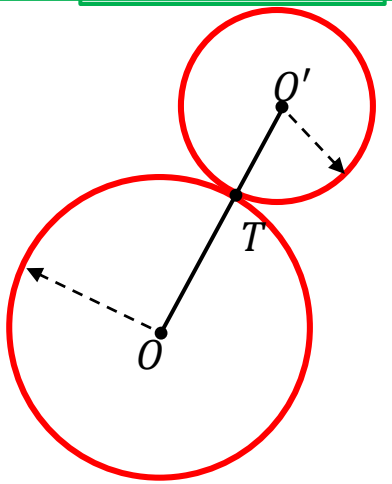
  Se observa : $\measuredangle POQ \cong \measuredangle OST$

  $\rightarrow PQ = ST$

Admisión UNI

se tienen dos circunferencias tangentes exteriores. si el radio de la circunferencia mayor es triple de la menor. calcule la medida del ángulo entre las tangentes exteriores

TEOREMA

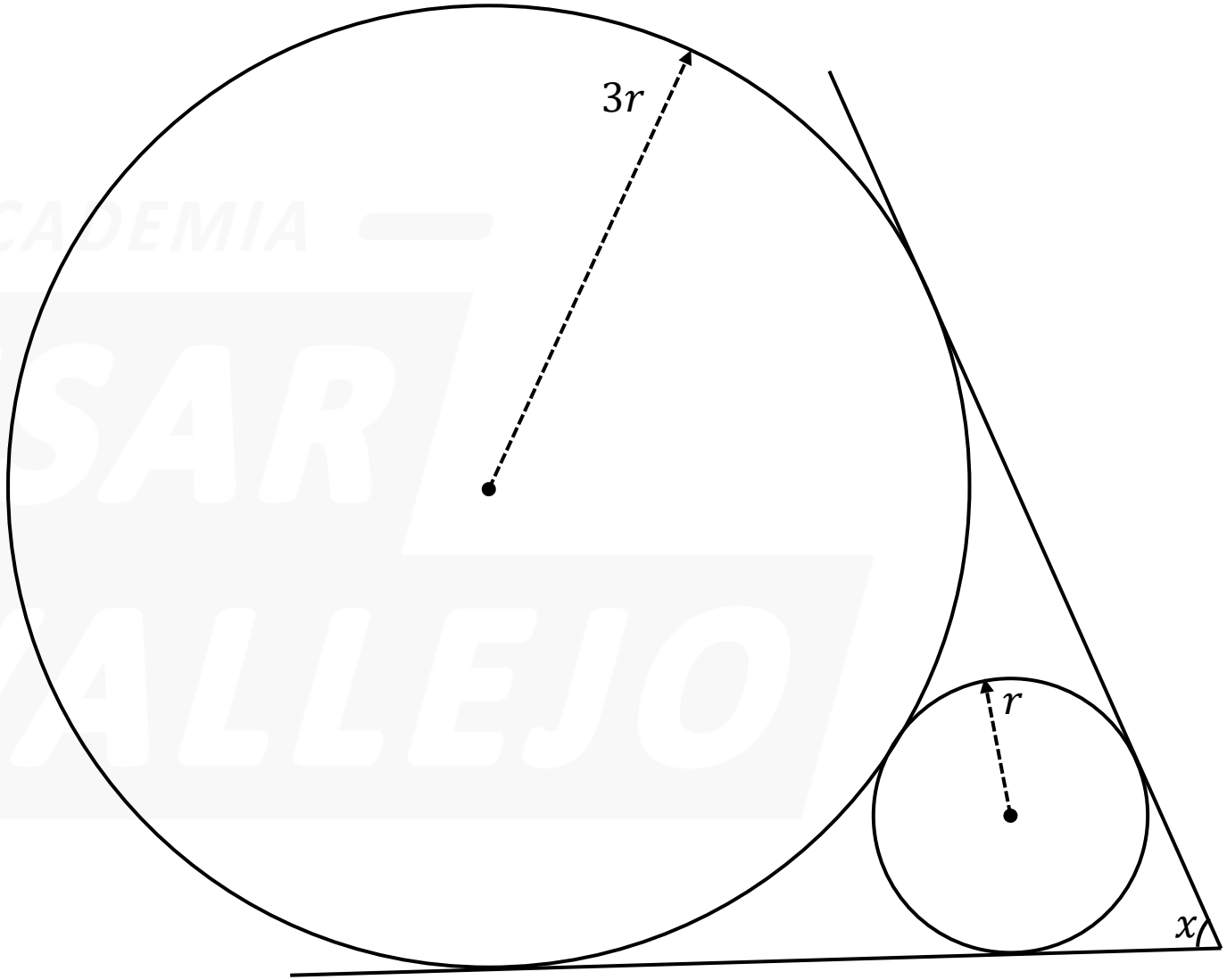


T: *Punto de tangencia*

O, T y O': *colineales*

RESOLUCIÓN

Piden x



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe